

KOS

1. kolo 2009

1. V pondělí jde 5 zaměstnanců do práce (Lenka, Jiřina, Jiří, Petr a Barbora). Každý jde do jiné kanceláře, které jsou očíslovány čísly 1, 2, 3, 4, 5. Každá kancelář se nachází v jiném patře 5ti patrové budovy. Víme, že:
 - V jediném případě se shoduje číslo patra s číslem kanceláře.
 - Jiřina má kancelář v 5. patře, ale nemá kancelář číslo 5.
 - Petr má kancelář číslo 3.
 - Lenka má kancelář číslo 1.
 - Zaměstnankyně, jež má kancelář ve 3. patře, není Barbora.
 - Jiří musí chodit do kanceláře až do 4. patra.
 - Petrova kancelář není ve druhém patře.

Otázky:

- (a) Kdo může mít kancelář v takovém patře, jako má číslo kanceláře?
 - (b) Jaké číslo kanceláře může mít Jiřina?
 - (c) Které z následujících tvrzení je určitě nepravdivé?
 - i. Kancelář Jiřího je výš než kancelář Barbory.
 - ii. Ve 2. patře je kancelář číslo 5.
 - iii. Kancelář číslo 3 je v nižším patře než kancelář číslo 1.
 - iv. Jiřina má kancelář s vyšším číslem než Jiří.
 - v. Petr má kancelář s číslem o jedničku vyšším než Jiřina.
-
2. Teroristé zajmou sedm zajatců. Zavřou je do vězení, ale chtějí jim dát možnost jak se zachránit. Navrhnou jim proto, že mohou hrát hru a pokud ji vyhrají, všechny je pustí. Pokud ne, musí zůstat ve vězení. Hra spočívá v tom, že zajatci nejdříve dostanou možnost domluvit si mezi sebou strategii. Poté je teroristé rozdělí na samoty tak, že žádný ze zajatců nemá vůbec přehled o ostatních a začnou je naprosto náhodně (ale po jednom) brát do místnosti, ve které je žárovka s vypínačem. Zajatec může v místnosti žárovku buď rozsvítit, je-li zhasnutá, zhasnout pokud svítí, nebo nechat její stav tak, jak je. Teroristé nemohou stav žárovky nijak měnit. Zajatci jsou do místnosti bráni naprosto náhodně (teroristé mohou vzít 20krát za sebou jednoho a toho samého a potom celý den nikoho). Pokud některý ze zajatců, poté co je přiveden do místnosti, řekne: Teď už nás v této místnosti bylo všech sedm a bude mít pravdu,

teroristé je všechny pustí. Pokud pravdu mít nebude, hra končí a zajatci se z vězení nedostanou. Vaším úkolem je pomoci najít zajatcům vhodnou strategii, aby se mohli dostat z vězení. A ještě důležitá informace na konec: Všichni zajatci vědí, že na začátku (než přijde do místnosti první z nich), je žárovka zhasnutá.

3. Určete (nakreslete) definiční obor funkce

$$z = \sqrt{\frac{4 - x^2 - y^2}{1 - x^2 - y^2}}.$$

4. Určete (nakreslete) definiční obor funkce

$$z = 3^{\frac{x+y}{x-y}}.$$

5. Nakreslete množinu všech možných řešení rovnice:

$$0 = ((x+2)^2 + (y-2)^2 - 1) \cdot ((x-2)^2 + (y-2)^2 - 1) \cdot \frac{x^2 + (y+2)^2 - 4}{\sqrt{|y+1| - 1}}.$$

6. Máme 6 různých uspořádaných (tzn. můžeme porovnávat jejich velikost) čísel $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \varepsilon, \zeta$. Ke každému číslu přísluší nějaké písmeno a to:

- Nejmenšímu číslu přísluší Z.
- Druhému nejmenšímu číslu přísluší R.
- Třetímu nejmenšímu číslu přísluší U.
- Třetímu největšímu číslu přísluší H.
- Druhému největšímu číslu přísluší K.
- Největšímu číslu přísluší M.

Číslu α nepřísluší písmeno K a je větší než γ . β je větší než ε a ζ , ale menší než δ . γ je větší než ζ .

Otázky:

- (a) Jaké písmeno přísluší číslu ζ , je-li γ menší než ε ?
- (b) Jaké písmeno přísluší číslu δ , je-li α menší než δ ?