

KOS

2. kolo 2009/2010

1. V soustavě Enigma B4+ jsou čtyři planety - Thor, Odin, Loki a Re. Loki obíhá od hvězdy na vzdálenější orbitě než Odin, ale je blíže než Re a také má větší hmotnost. Dále víme, že Re má méně měsíců než Loki nebo Odin. Odin je hmotnější než Loki, ale ne tak jako Thor. Thor má více měsíců než Loki, méně než Odin, ale je blíže k Enigmě než obě planety.

Otázky:

- (a) Která planeta obíhá hvězdu nejbližší?
- (b) Která planeta je nejhmotnější?
- (c) Která planeta má nejvíce měsíců?

2. Sečtěte konečnou řadu:

$$\sum_{k=1}^n k(k-1)(k-2).$$

3. Sečtěte konečnou řadu:

$$\sum_{k=1}^n \frac{1}{k(k+1)}.$$

4. Sečtěte konečnou řadu:

$$\sum_{k=1}^n k \cdot 2^k.$$

5. Tři veverky Pacička, Chlupáč a Píšťalka se navzájem perou o oříšky. V prvním zápase Pacička prohrála a Chlupáč s Píšťalkou vybojovali oříšků právě tolik, že se jejich zásoby zdvojnásobily. Ve druhém zápase Pacička a Píšťalka vyhranými oříšky zdvojnásobily své zásoby. Ve třetím zápase Pacička a Chlupáč množství svých oříšků opět zdvojnásobili. Po posledním zápase měla každá veverka 24 oříšků.

Otázky:

- (a) Kolik měla každá veverka oříšků před začátkem souboje?
- (b) Kolik měl Chlupáč oříšků po prvním zápase?
 - i. Třikrát více než Pacička
 - ii. Dvakrát více než Pacička
 - iii. Sedmkrát více než Pacička
 - iv. Pětkrát více než Píšťalka
 - v. Čtyřikrát více než Píšťalka

6. Kolektiv KOSu věší záclonu na klasické žabky. Poradte nám geometrickou posloupnost (danou rekurentně) takovou, aby když vybereme její libovolný prvek a použijeme příslušný počet žabek, budeme mít záclonu pověšenou rovnoměrně a symetricky a zároveň nám žádné žabky nezůstanou nepoužité.